



2022年5月10日

報道関係者各位

慶應義塾大学

## 深層学習による高精度な積分 AI の構築に成功 — 今回の積分テストの結果 最高得点は AI 君の 99 点だ —

慶應義塾大学大学院理工学研究科大学院生の久保田弾、徳岡雄大（共に研究当時）と同大学理工学部の舟橋啓教授、山田貴大専任講師らのグループは、高校生で習う積分の数学的な処理が、近年発展の著しい AI による言語翻訳などの変換と類似することに注目し、積分される関数（被積分関数）を入力すると積分された関数（原始関数）を予測することができる AI を開発しました。また、同グループは AI が出した原始関数を微分して被積分関数と一致するかを判定することで積分の正誤判定が可能であることに着想を得て、様々な AI を構築、学習させて正解が出せたものを採択する方法を編み出しました。この結果、実装した AI は 99.79% の精度で積分が可能であることが示され、これまでに開発された積分ツールである Mathematica や機械学習に基づく方法と比較して最高精度を達成しました。さらに AI が学習した数式の特徴を調べることで、構築した AI 毎に積分をすることが得意な関数や不得意な関数があることが明らかになり、相互補助的に積分に解答することで AI は高精度を達成できたことが明らかにされました。積分は制御工学やシステム生物学におけるシミュレーションに必須の処理であり、今回の成果はこうした分野における、より正確なシミュレーションに貢献することが期待されます。

本研究成果は学術雑誌 IEEE Access への掲載に先立ち、同誌 Web サイトにてオンライン速報版が 4 月 29 日に公開されました。

### 1. 本研究のポイント

- ・被積分関数を入力として原始関数を出力する長・短期記憶（Long Short-Term Memory, LSTM）（※1）と Transformer（※2）を基礎とした AI を実装し、出力した原始関数を微分した時に被積分関数と一致する AI を採択するアルゴリズムを構築した。
- ・初等関数を最大 5 つ分掛け合わせる、もしくは割り算して得られた数式で構成される原始関数を求める積分の課題を AI に学習させた。
- ・学習後の AI を用いて学習に関与していない被積分関数を入力として与えた際に、積分を 99.79% の精度で行えること、およびこれまでに開発された積分ツールである Mathematica や機械学習に基づく方法を用いて同じ問題を解かせた際の精度よりも高いことを示した。
- ・AI が処理した被積分関数から原始関数への変換の過程を解析することで、ある AI は長い被積分関数の積分を不得意とすることなど、それぞれに得意不得意が存在することが示され、このことが相互補助的に働くことで実装した AI は高精度を出せることが明らかになった。

### 2. 研究背景

高校生で習う積分は数学の分野に限らず、計算機科学、制御工学、機械工学やシステム生物学などの幅広い分野において対象とする現象の挙動を予測するシミュレーションに必要な不可欠な処理です。近年、Lample 博士らによって被積分関数を入力として原始関数を出力とする Transformer を基

礎とした AI が構築され、これまでに計算機上で解くことができなかった数式の積分が可能であることが示されました[1]。一方で、Lample 博士らの開発した方法は数式が持つ演算規則や順序といった情報を AI に反映させられず、積分に最適化された AI の構築は行えていませんでした。

そこで本研究グループは、積分における数学的な情報を加味できるように入力および出力の形式を抽象構文木 (Abstract Syntax Tree, AST) (※3) で表現し、さらには演算順序を強く学習することを期待した LSTM に立脚する AI も含めて幅広い複数の AI を構築しました。さらに積分においては AI が出力した原始関数を微分し入力である被積分関数と一致するかを比較することで積分の正誤判定ができるという性質に注目し、幅広く構築した AI の出力のうち正答した結果を採択するアルゴリズムを構築しました。

### 3. 研究内容・成果

まず初等関数 ( $x$  や  $\sin x$  など) を最大 5 式掛け合わせる、ないしは割り算することで得られた数式を原始関数として、これを微分した被積分関数との対である数式セットを学習データとして 9,697 式準備しました。この準備した被積分関数を入力として原始関数を出力する AI を実装しました。この際に、1) 数式を文字列ないしは AST で扱う、2) 被積分関数の読み取り順序に関する方法をポーランド記法ないしは逆ポーランド記法で扱う、3) 実装する基礎となる AI を LSTM もしくは Transformer のいずれかとする、という 3 点の組み合わせである 8 つの AI を実装し、それぞれに準備した積分問題を学習させました。さらに、これら 8 つの AI のうち出力した原始関数を微分した際に被積分関数と一致する数式を出せた AI を採択するアルゴリズムを構築しました (図 1)。

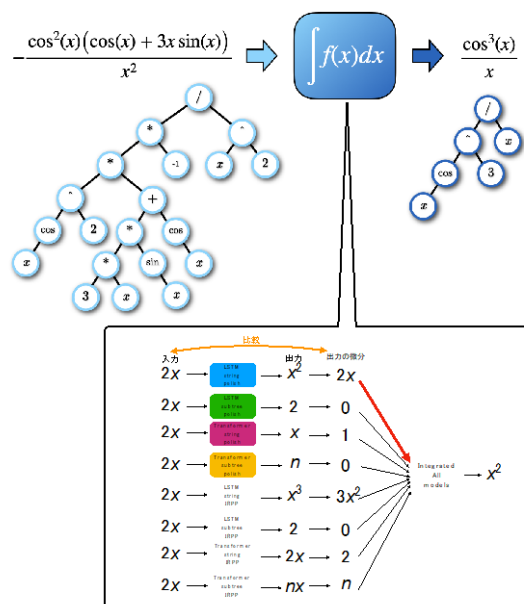


図 1 実装した積分を行う AI の概念図

学習後の AI を用いて、学習に関与させていない積分問題を解かせたところ、正解の原始関数と AI が出力した数式の一致を測る指標である正答率が 99.79% という精度で積分が可能であることが示されました。また、これまでに開発された積分ツールである Mathematica や Lample 博士らが開発した AI に同じ問題を解答させて比較した結果、本手法が最高精度であることが示されました。

続いて、本研究で実装した AI がなぜ高精度を示すことができたのかを知るために、AI が注目した被積分関数の特徴を調べました。その結果、例えば入力を単なる文字列とした AI は長い数式を被積分関数として積分するときに誤答しやすいことなど AI 毎に積分に得意不得意があることがわかり、正答した AI の出力を採択するという本研究グループによって編み出された方法によって、これら得意不得意が相互補助的に補完されることで高精度に繋がったことが明らかになりました。

### 4. 今後の展開

今回の研究成果で、AI は積分を高精度に行えることが示されました。また、AI が積分する際に利用した数式の特徴を詳細に解析することで、入力の仕方や数式の演算順序の扱い方によって AI 毎に得意不得意な積分問題が存在することがわかりました。近年ではコロナウイルスの伝搬などの予測にも用いられたシミュレーションを行う際の積分に、実装した AI を応用することで、より幅広い分野における正確な未来の予測に繋がることが期待されます。

<謝辞>

本研究は科学技術振興機構 戦略的創造研究推進事業 CREST (JPMJCR2011) の助成や支援を受けて行われました。

<参考文献>

[1] G.Lample and F.Charton, “Deep learning for symbolic mathematics,” in Int. Conf. Learn. Represent. (ICLR) 2020, Addis Ababa, Ethiopia, Apr. 26-30 2020, pp. 1-24.

<原論文情報>

タイトル: Symbolic Integration by Integrating Learning Models with Different Strengths and Weaknesses

タイトル和訳: 得手不得手の異なる学習モデルの統合による数式積分

著者: 久保田 弾<sup>1</sup>、徳岡 雄大<sup>1</sup>、山田 貴大<sup>1,2</sup>、舟橋 啓<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>慶應義塾大学大学院理工学研究科 <sup>2</sup>慶應義塾大学理工学部生命情報学科

掲載誌: IEEE Access

doi: [10.1109/ACCESS.2022.3171329](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3171329)

<用語説明>

※1 長・短期記憶 (Long Short-Term Memory, LSTM)

入力となる系列データ (文章や数式など)の長期的な依存関係を学習することができるリカレントニューラルネットワーク

※2 Transformer

入力となる系列データの要素(単語や数式の中の演算子など)間の関係を自動で注目することで入力の潜在的な意味を学習することができるニューラルネットワーク

※3 抽象構文木 (Abstract Syntax Tree, AST)

数式などのように順序に意味のある系列データを表現するためのデータ構造

※ご取材の際には、事前に下記までご一報くださいますようお願い申し上げます。

※本リリースは文部科学記者会、科学記者会、各社科学部等に送信させていただいております。

---

・研究内容についてのお問い合わせ先

慶應義塾大学 理工学部 生命情報学科 教授 舟橋 啓 (ふなはし あきら)

TEL : 045-566-1797 FAX : 045-566-1789 E-mail : funa@bio.keio.ac.jp

・本リリースの配信元

慶應義塾広報室 (澤野)

TEL : 03-5427-1541 FAX : 03-5441-7640

Email : m-pr@adst.keio.ac.jp <https://www.keio.ac.jp/>