2025年度

慶應義塾大学入学試験問題

商　学　部

数　学

注　意　1.　受験番号と氏名は，解答用紙Ａ（マークシート）と解答用紙Ｂのそれぞれ所定の欄に必ず記入すること。さらに，解答用紙Ａ（マークシート）の受験番号欄をマークすること。

2.　解答は，必ず指定された解答用紙の所定の欄に記入ないしマークすること。解答欄外の余白および採点欄には一切記入してはならない。

3.　解答用紙Ａ（マークシート）への記入に先立って，用紙上に記載された注意事項を必ず読むこと。

4.　試験開始後，２ページに記載された「解答するにあたっての注意」を読んでから解答すること。

5.　問題用紙は下書きに用いてよろしい。

6.　この冊子の総ページ数は８ページである。なお，中に計算用紙（ページ番号なし）が折り込まれている。

試験開始の合図とともに全てのページが揃っているか確認してください。ページが抜けていたり重複するページがあったら直ちに監督者に申し出てください。

《指示があるまで開かないこと》

《 解答するにあたっての注意 》

1. 問題Ⅱの解答は**解答用紙B**の所定の位置に記入し，それ以外の問題の解答は**解答用紙A（マークシート）**にマークしなさい。

2. 分数形で解答する場合，それ以上約分できない形で解答しなさい。根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。それ以外でも，できるだけ簡単な形で解答しなさい。

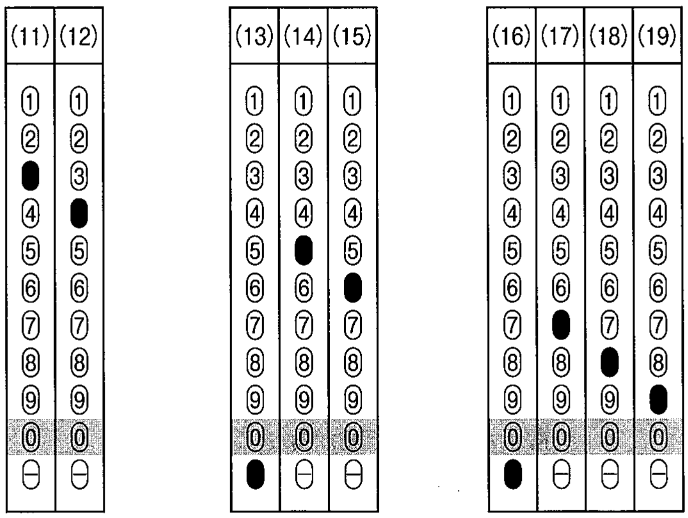
3. マークシートにある⊖はマイナス符号－を意味する。**解答用紙A（マークシート）**に分数の符号を解答する場合は，マイナス符号は分子につけ，分母につけてはいけない。マークシートの記入にあたっては，次の例を参考にしなさい。

[例 1] $\boxed{(11)\ \vdots\ (12)}$ と表示のある問いに対して，「34」と解答する場合には，以下に示すように解答欄（11）の③と解答欄（12）の④にマークしなさい。

[例 2] $\boxed{(13)\ \vdots\ (14)\ \vdots\ (15)}$ と表示のある問いに対して，「－56」と解答する場合には，以下に示すように解答欄（13）の⊖，解答欄（14）の⑤，および解答欄（15）の⑥にマークしなさい。

[例 3] $\dfrac{\boxed{(16)\ \vdots\ (17)}}{\boxed{(18)\ \vdots\ (19)}}$ と表示のある問いに対して，「$-\dfrac{7}{89}$」と解答する場合には，以下に示すように解答欄（16）の⊖，解答欄（17）の⑦，解答欄（18）の⑧，および解答欄（19）の⑨にマークしなさい。

[例 1]　[例 2]　[例 3]



I. 以下の文章の空欄に適切な数または符号を入れて文章を完成させなさい。

(i) 5個の値

$$25,\ 13,\ 19,\ c,\ 31$$

からなるデータの平均値が$c+4$である。このとき，$c=$ $\boxed{(1)\ \vdots\ (2)}$ であり，データの分散は $\boxed{(3)\ \vdots\ (4)}$ である。

(ii) 空間に2点A, Bがあり，その2点間の距離は1である。点Aを中心とする半径3の球を，点Bを含む平面で切断してできる円の半径の最大値は $\boxed{(5)}$, 最小値は $\boxed{(6)}\sqrt{\boxed{(7)}}$ である。

(iii) 不等式$\log_2 x \leqq y \leqq 9$を満たす正の整数の組(x, y)は $\boxed{(8)\ \vdots\ (9)\ \vdots\ (10)\ \vdots\ (11)}$ 組存在する。

(iv) 関数$f(\theta)=\left|\int_0^1 (x+\sin\theta)\,dx\right|$を$-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$の範囲で考えるとき，$f(\theta)$は$\theta=\dfrac{\boxed{(12)\ \vdots\ (13)}}{\boxed{(14)}}\pi$のとき最小値 $\boxed{(15)}$ を，$\theta=\dfrac{\boxed{(16)}}{\boxed{(17)}}\pi$のとき最大値$\dfrac{\boxed{(18)}}{\boxed{(19)}}$をとる。

(v) aを正の定数とする。xy平面上の4点$(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$を頂点とする正方形を，放物線$y=ax^2$によって2つの図形に分ける。このとき，2つの図形の面積が等しくなるような定数aの値は$\dfrac{\boxed{(20)\ \vdots\ (21)}}{\boxed{(22)}}$である。

II. xy 平面上の２曲線

$$y=\frac{1}{x}\quad(x>0)\qquad と \qquad y=-\frac{1}{x}\quad(x<0)$$

をそれぞれ C_1, C_2 とする。O を原点，P を曲線 C_1 上の点とするとき，曲線 C_2 上の点 Q を，$\mathrm{OP}\perp\mathrm{OQ}$ となるように定める。このとき，以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

ただし（エ）と（オ）については，**底を素数，指数を有理数で表した数の積として，できるだけ簡単な形で答えなさい。** たとえば，$\dfrac{14\sqrt{3}}{9}$ と解答する場合には $\boxed{2\cdot 3^{-\frac{3}{2}}\cdot 7}$ と答えなさい。

(i) 以下，P の x 座標を a とする。このとき，a を用いて △OPQ の面積を表すと $\boxed{（ア）}$ である。また，線分 PQ の中点と O を通る直線を ℓ とする。PQ と x 軸が平行でないとき，a を用いて ℓ の傾きを表すと $\boxed{（イ）}$ である。

(ii) $a>1$ のとき，ℓ と C_1 との交点を R とする。a を用いて R の x 座標を表すと $\boxed{（ウ）}$ である。また，OP と x 軸がなす角が 15° のとき，R の x 座標は $\boxed{（エ）}$ である。

(iii) k を定数とする。放物線 $y=-x^2+k$ と C_1 の共有点が１個になるとき，k の値は $\boxed{（オ）}$ である。

計算用紙

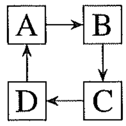
以下は計算用です。解答は解答用紙に記入してください。

計算用紙

計算用紙

計算用紙

III. 太郎と花子は，右図のように配置された A, B, C, D の4マスを矢印の向きに進むゲームを行う。ルールは次で与えられる。



(a) 太郎はAを出発し，花子はBを出発する。

(b) 太郎は赤いサイコロ，花子は青いサイコロを振り，それぞれの出た目に応じて，1か2の目が出たら1マス，3か4の目が出たら2マス，5か6の目が出たら3マス進む。移動が終わった時点での太郎と花子の位置を，それぞれの1回目の位置とよぶ。

(c) 自然数nに対し，太郎と花子はそれぞれのn回目の位置から出発し，(b)と同じ手順で移動する。移動が終わった時点での太郎と花子の位置を，それぞれの$n+1$回目の位置とよぶ。

このとき，以下の文章の空欄に適切な数または符号を入れて文章を完成させなさい。

(i) 太郎と花子の1回目の位置が同じである確率は $\dfrac{\boxed{(23)}}{\boxed{(24)}}$ である。また，太郎と花子の2回目の位置が同じである確率は $\dfrac{\boxed{(25)}\boxed{(26)}}{\boxed{(27)}\boxed{(28)}}$ である。

(ii) 太郎と花子のn回目の位置が同じである確率をp_nとするとき，

$$p_{n+1} = \frac{\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}}p_n + \frac{\boxed{(31)}}{\boxed{(32)}}$$

が成り立ち，

$$p_n = \frac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}}\left\{1 - \left(\frac{\boxed{(35)}}{\boxed{(36)}}\right)^n\right\}$$

と表せる。

IV. 下図のように，xy 平面上に三角形 $T_1, T_2, T_3, \ldots$ が以下の規則1，規則2で並べられている。

(規則1) T_1 は3点 $A_1(0,0), B_1(\frac{1}{2},1), A_2(1,0)$ を頂点とする三角形である。

(規則2) 2以上の自然数 n について，T_n は3点 A_n, B_n, A_{n+1} を頂点とし，次の5つの条件を満たす三角形である。

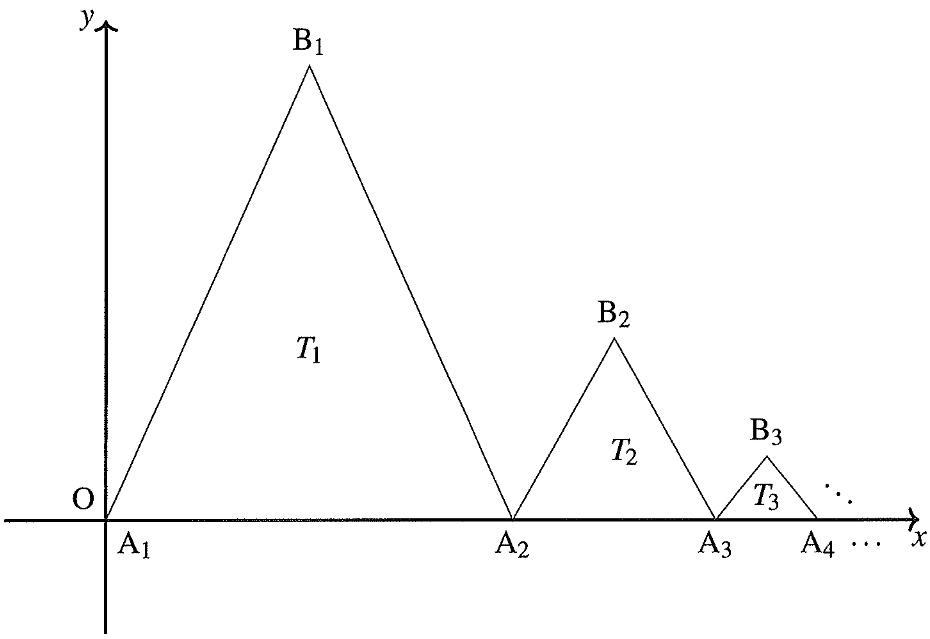
(a) 点 A_n と点 A_{n+1} は x 軸上に，点 B_n は第1象限に存在する。

(b) 点 A_{n+1} の x 座標は点 A_n の x 座標より大きい。

(c) A_nB_n の長さと B_nA_{n+1} の長さは等しい。

(d) A_nA_{n+1} の長さは $A_{n-1}A_n$ の長さの $\dfrac{1}{2}$ 倍である。

(e) T_n の面積は T_{n-1} の面積の $\dfrac{1}{8}$ 倍である。



以下の文章の空欄に適切な数または符号を入れて文章を完成させなさい。

(i) $\cos\angle B_2A_2A_3 = \dfrac{\sqrt{\boxed{(37)}}}{\boxed{(38)}}$ であり，$\cos\angle B_1A_2B_2 = \dfrac{\sqrt{\boxed{(39)}\,\boxed{(40)}}}{\boxed{(41)}\,\boxed{(42)}}$ である。

(ii) 自然数 n に対し，点 A_n の座標は

$$\left(\boxed{(43)} - \left(\frac{\boxed{(44)}}{\boxed{(45)}}\right)^{n-\boxed{(46)}},\ 0\right)$$

である。

(iii) 自然数 n に対し，点 B_n の座標は

$$\left(\boxed{(47)} - \frac{\boxed{(48)}}{\boxed{(49)}}\left(\frac{\boxed{(50)}}{\boxed{(51)}}\right)^{n-1},\ \left(\frac{\boxed{(52)}}{\boxed{(53)}}\right)^{n-1}\right)$$

である。

(iv) 点 $B_1, B_2, B_3, \ldots$ は同一の放物線上にある。この放物線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{(54)}}{\boxed{(55)}}x^2 - \frac{\boxed{(56)}\,\boxed{(57)}}{\boxed{(58)}}x + \frac{\boxed{(59)}\,\boxed{(60)}}{\boxed{(61)}}$$

である。

《以下余白》